Rješenje nagradnog natječaja br. 202

Odredi sva rješenja sistema jednadžbi:

$$x^2 + \frac{11}{5}y + \frac{74}{25} = 4\sqrt{5y-3},$$
$$y^2 + \frac{11}{5}x + \frac{74}{25} = 4\sqrt{5x-3}.$$

Rješenje. Zbrajanjem ovih dviju jednadžbi dobivamo

$$\left(\sqrt{5x-3}-2\right)^2 + \left(\sqrt{5y-3}-2\right)^2 + \left(x-\frac{7}{5}\right)^2 + \left(y-\frac{7}{5}\right)^2 = 0,$$

odakle je $x = y = \dfrac{7}{5}$.

Knjigom M. Bombardelli, Ž. Hanjš, K. A. Škreb, *Matematička natjecanja* 2011./2012 nagrađeni su rješavatelji:

1. *Halil Lačević* (9), OŠ "Čengić Vila 1", Sarajevo, BiH; 2. *Matea Prenc* (4), Gimnazija Pula, Pula.

Riješili zadatke iz br. 3/251

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Halil Lačević* (9), OŠ "Čengić Vila I", Sarajevo, BiH, 3352, 3358–3360; *Petar Orlić* (1), XV. gimnazija, Zagreb, 3351–3354, 3358–3361; *Matea Prenc* (4), Gimnazija Pula, Pula, 3352.

b) Iz fizike: *Sanjin Jurić Fot* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 354–357; *Lovro Rački* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 354–357; *Ivan Korotaj* (4), Elektrostrojarska škola, Varaždin, 1525–1531.

Nagradni natječaj br. 204

Neka su a, b, c od nule različiti realni brojevi takvi da je $a+b+c=0$ i $a^3+b^3+c^3=a^5+b^5+c^5$. Dokaži da je

$$a^2+b^2+c^2=\frac{6}{5}.$$